سال نهم، شماره ۳۴، تابستان ۱۴۰۰، صفحات ۲۲۰–۱۸۹

تحلیل ویژگی مولتی‌فراکتال و همبستگی مقطعی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش MF-X-DFA

نادر حنیفی
گروه حسابداری ، واحد بین المللی کیش، دانشگاه آزاد اسلامی، جزیره کیش، ایران
hanifinader@gmail.com
میرفیض فلاح شمس
گروه حسابداری ، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران(نویسنده مسئول)
Mir.Fallahshams@iauctb.ac.ir
نگار خسروی‌پور
گروه حسابداری ، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
Neg.Khosravipour@iauctb.ac.ir
محسن حمیدیان
گروه حسابداری ، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
m_hamidian@azad.ac.ir

شواهد نشان می‌دهد عده‌ای از نظریه‌پردازان بازار را کاملاً تصادفی تصور می‌کنند و از طرف دیگر افرادی بازار را کاملاً قطعی فرض می‌نمایند. می‌توان گفت هر دو گروه تا حد مشخصی درست می‌گویند ولی نتایجی که از هم‌پوشانی هر دو تفکر ناشی می شود از انتظارات هر دو گروه متفاوت است. بازار سرمایه به خوبی توسط توزیع نرمال و گشت تصادفی تشریح نمی‌شود و فرضیه بازار کارا به‌عنوان فرضیه‌ای غالب برای عملکرد بازار است. در این پژوهش با مروری کوتاه بر فرضیه بازار کارا و بیان ناکارآمدی آن، فرضیه بازار فراکتال به‌عنوان جایگزینی برای این فرضیه مطرح می شود. لذا در این پژوهش بررسی ویژگی مولتی‌فراکتال، کارایی و همبستگی مقطعی در بورس اوراق بهادار تهران در طی دوره زمانی ۱۳۹۰–۱۳۹۹ و در بازه‌های روزانه مورد آزمون قرار گرفته است تا مشخص شود آیا شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران در رفتار خود فراکتالی هستند یا خیر. برای دست‌یابی به هدف فوق از برآورد مدل همبستگی روندزدایی شده استفاده شده است. یافته‌های حاصل از آزمون‌های فوق بیانگر این است که شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران دارای ویژگی مولتی فراکتال است و فرآیندی آشوبی و معین را تجربه می کند. این امر دلالت بر ناکارایی بازار سرمایه دارد و به دلیل وجود حافظه بلندمدت در پیش‌بینی بلندمدت نیز کارایی دارد.

طبقه‌بندی JEL: C13, I30, H31
واژگان کلیدی: قیمت سهام، بازده سهام، ویژگی فراکتال، آشوب، شاخص هرست

* تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۱۵

۱. مقدمه

در دنیای واقعی گاهی اتفاقات ناگهانی رخ می‌دهد، مانند فجایع طبیعی که محیط ما را از بین می‌برند و یا فجایع اقتصادی که تمامی دستاوردهای مالی را نابود می‌کنند و ریشه وقوع این اتفاقات به‌طور صریح مشخص نیست که آیا تصادفی و شانسی است یا طبق سلسله دلیل‌های از پیش تعیین شده رخ می‌دهد. اتفاقات هم به صورت تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی و هم به صورت قطعی و کاملاً قابل پیش‌بینی قابل مشاهده است. تا آغاز قرن حاضر، این موضوع که جهان مانند ساعت حرکت می‌کند کاملاً پذیرفته شده بود اما ناگهان دانشمندان معادله‌ای کشف کردند که بر اساس آن می‌توان اتفاقات ناگهانی را پیش‌بینی کرد دیگر زمان از مکانیک نیوتونی پیروی نمی‌کند؛ بنابراین از لحاظ تئوری زمان می‌تواند معکوس حرکت کند. این اولین تغییر نگرش در مورد حرکت منظم عالم رخ داد و دومین حرکت در ظهور مکانیک کوانتومی که در آن ساختار مولکولی جهان به‌وسیله سطوح احتمالی مشخص می‌شود ولی باز هم ابهامات باقی ماند که جهان قطعی است یا تصادفی. به‌آرامی این موضوع آشکار شد که سیستم‌های طبیعی دارای حالت تصادفی محلی و قطعیت جهانی بوده و حالت قطعیت قوانین طبیعی را بیان می‌کند و حالت تصادفی نوآوری و تمایزات را روشن می‌سازد (نوربخش و همکاران، ۱۳۸۹).

علاوه بر آن، یک سیستم سالم نه تنها از شوک‌های ناگهانی در امان و ایمن می‌ماند بلکه با جذب این شوک‌ها فوراً ارتقا می‌یابد. با تعمیم این حقیقت به بازار سهام به نتایج جالبی می‌توان دست یافت. بازار سهام از یک سری سرمایه‌گذاران با افق سرمایه‌گذاری کوتاه‌مدت و بلندمدت تشکیل شده است. در بازار پایدار تمامی سرمایه‌گذاران می‌توانند با یکدیگر معامله کنند و هریک با یک سطح معینی از ریسک مواجه‌اند که افراد این سطح مشخص از ریسک را با مقیاس زمانی یا افق سرمایه‌گذاری خود تطبیق می‌دهند. از طرفی توزیع فراوانی بازده برای معامله‌گران روزانه، هفتگی، سه‌ماهه یکی خواهد بود. این بدین معنی است که معامله‌گر ۵ دقیقه‌ای با ریسکی مواجه است که یک معامله‌گر هفتگی مواجه است. در صورتی که معامله‌گر روزانه در مقیاس زمانی‌اش سقوط ناگهانی کند و مابقی معامله‌گران دارای افق سرمایه‌گذاری متفاوت باشند بازار به صورت

پایدار باقی خواهد ماند. در حالتی که افق سرمایه‌گذاری تمامی سرمایه‌گذاران بازار کوچک شود و هر نفر یک معامله‌گر یک‌دقیقه‌ای شود در این حالت بازار ناپایدار و غیرقابل پیش‌بینی خواهد شد بنابراین بازار در حالتی شوک‌ها را جذب می‌کند که دارای خاصیت فراکتالی باشد (نمازی و شوشتریان، ۱۳۷۵).

در مدل‌هایی که بر اساس چارچوب سیستمی می‌باشند تلاش محققین بر این است که از روابط ساده شده استفاده نمایند و بر این مبنا پیش‌بینی می‌کنند که با این وضعیت سیستم چگونه رفتار خواهد کرد. بنابراین، دلیل و تأثیر در این مدل‌ها به‌صراحت تعریف می‌شوند. برای مثال فرض اصلی مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای این است که برگشت سرمایه تابعی خطی یا تناسبی از ریسک است. دو فرض وابستگی و رابطه خطی اجازه می‌دهند یک مدل ساده ریاضی برای توضیح این ارتباط ساخته شود. دیگر فرض مشترک بین مدل‌های ساده شده، این است که سیستم‌های تحت مطالعه هرگاه به خود وانهاده شود به سمت تعادل پیش می‌رود. با این ساده‌انگاری امکان کاربردی شدن یک مدل بسیار کاهش می‌یابد. تحت فرضیات مدل ساده شده نمی‌توان بر بسیاری از مسائل فائق آمد. دانش نوین، مطالعه رفتار پویای مدل‌های غیرخطی را تحت عنوان رفتار آشوبی فراهم آورده است. شاید بزرگ‌ترین کمک نظریه آشوب انگیزه بخشی برای پژوهش در رفتار پیچیده سیستم‌های پویا باشد (قالیباف اصل و ناطقی، ۱۳۸۵).

به‌طور مثال، اگر نمودار پلات بازده بازار سهام به صورت ساعتی، روزانه ماهیانه یا سالیانه بدون هرگونه نشانی از زمان ترسیم شود، به احتمال زیاد تشخیص الگویی مبنی بر تمیز ادوار زمانی امکان‌پذیر نیست. اما با استفاده از نظریه آشوب می‌توان نشان داد که سری‌های زمانی آشوبی غالباً چرخه‌هایی نامتناوب و رفتار روندی قویی را نشان می‌دهند و یا به عبارت دیگر می‌توان الگوهای ادواری را تشخیص داد اما زمان شروع و پایان آن‌ها قابل پیشگویی نیستند. در طول این ادوار بازده مثبت از بازده مثبت پیروی می‌کنند و بازده معکوس نیز به همین ترتیب، اما گذار از هر مرحله به مرحله دیگر غیرقابل پیش‌بینی و ناگهانی است. از طرفی دیگر، هم در فیزیک و هم در مالی، هدف از نظریه آشوب و فراکتال مطالعه رفتار دوره‌ای غیرخطی حساسیت سیستم به شرایط اولیه

است که منجر به جاذب‌های عجیب می‌شود. بر این اساس، رفتار آشوب‌گونه جزء جدایی‌ناپذیر یک سیستم است اما در صورتی که الگوی مشخص و قابل پیش‌بینی و با دوره تناوب ثابت در رفتار بازار به وجود آید این الگو دلیل بر وجود حافظه بلندمدت در بازار و عدم وجود رفتار آشوب‌گونه است. لذا در این پژوهش سعی خواهد شد هدف مزبور دنبال شود و به بررسی و شناخت بورس اوراق بهادار تهران به‌عنوان یکی از مهم‌ترین بازارهای مهم اقتصادی کشور و تجزیه‌وتحلیل اطلاعات مربوط به شرکت‌ها و سهام حاضر در آن و به‌طور ویژه بر اساس شاخص بازدهی قیمت روزانه سهام در روزهای معاملاتی سال‌های ۱۳۹۰ لغایت ۱۳۹۹ می‌پردازد.

۲. مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در بحران مالی ۲۰۰۸، بسیاری از نظریه‌های اقتصادی غالب و چشم‌اندازهای مالی به چالش کشیده شدند. فرضیه بازار کارآمد[1] به‌طور موقت در زمان بحران نتوانست پاسخگو باشد. با توجه به فرضیه بازار کارآمد و انتظار منطقی سرمایه‌گذاران از بازار کارا، سرمایه‌گذاران قادر به شکست بازار و کسب بازده نبودند. علاوه بر این، سرمایه‌گذاران قادر به خرید یا فروش سهام بی‌ارزش نبودند. به‌منظور دستیابی به بازده بیشتر از متوسط بازار، سرمایه‌گذاران باید ریسک مربوط به دارایی ناپایدار را قبول کنند. از سوی دیگر، رابرت شیلر[2]، اقتصاددان مشهور، معتقد است که قیمت دارایی‌ها به‌طور ذاتی ناپایدار است و بنابراین فرض بر کارایی بازار نقض می‌شود. درحالی‌که فرض بازار کارا همچنان در خط مقدم نظریه‌های مالی نوین قرار دارد، نظریه‌های جایگزین که نمایش دقیق‌تر بازار را ارائه می‌دهند، ظهور کرده‌اند. به‌طور مثال، تمرکز بر افق سرمایه‌گذاری و نقدینگی بازار و سرمایه‌گذاران، در نظریه فرضیه بازار کارآمد بسیار محدود است. ساختار نظری بازارهای فراکتالی اما می‌تواند به‌طور شفاف رفتار سرمایه‌گذار را در دوره‌های بحران و ثبات توضیح دهد (گبکا و ام، ۲۰۱۳).[3]

1. EMH
2. Robert Shiller
3. Gebka and M., 2013

۲-۱. تئوری آشوب و علم فراکتال در اقتصاد مالی

به عقیده ویتلی هنگامی یک سیستم را غیرقابل پیش‌بینی می‌نامند که تعیین جایگاه بعدی آن غیرممکن باشد و هیچ‌گونه امکان پیش‌بینی در مورد آن وجود نداشته باشد. چنین سیستمی هرگز دو بار در یک مکان فرود نمی‌آید، اما طبق نظریه آشوب اگر چنین سیستمی برای مدت کافی تحت نظر گرفته شود، با بررسی حالت‌های سیستم در لحظه‌های مختلف زمان سیستم یادشده همواره نظم ذاتی خودش را به نمایش می‌گذارد؛ حتی غیرقابل پیش‌بینی‌ترین (آشفته‌ترین) سیستم‌ها نیز همواره در محدوده مرزهای معینی حرکت می‌کنند و هرگز از آن خارج نمی‌شوند اغلب درون بی‌نظمی و آشوب، الگویی از نظم وجود دارد که به‌طور شگفت‌انگیزی زیبا است (تهرانی و همکاران، ۱۳۸۹).

بر اساس نظریه آشوب، جهان نظامی غیرخطی، پیچیده و غیرقابل پیش‌بینی است. این نظریه به سیستم‌هایی اشاره دارد که ضمن نشان دادن بی‌نظمی حاوی نوعی نظم نهفته درون خود هستند و بیانگر رفتارهای نامنظم، غیرخطی و غیرقابل پیش‌بینی و پیچیده در سیستم‌ها است و قائل به وجود یک الگوی نظم غایی در تمام این بی‌نظمی‌ها است. به‌دلیل غیرخطی بودن و پیچیدگی سیستم‌های آشوب، ارائه مدل از این‌گونه سیستم‌ها کاری بس مشکل و سخت است. به همین علت سعی شده است به کمک مثال‌ها و مدل‌های رایانه‌ای وجهی از سیستم‌های آشوبناک نشان داده شود (مشیری، ۱۳۸۱).

یکی از مهم‌ترین کاربردهای نظریه آشوبناک در حسابداری و امور مالی پیش‌بینی روند متغیرهای اصلی (قیمت- مقدار) در بازارهای پولی و مالی است. برای نشان دادن رفتار آشوبناک قیمت در بازار سهام از مدل دی و هانگ استفاده می‌شود. این مدل تلاش می‌کند که توضیح دهد چگونه بازارهای پررونق ناگهان تنزل می‌یابند و رفتار آن‌ها تصادفی به‌نظر می‌رسد. دو گروه از سرمایه‌گذاران در این مدل دخیل هستند؛ گروه اول سرمایه‌گذاران آگاه که منابعی از اطلاعات را در اختیار دارند که می‌توانند ارزش ذاتی یک سهم را تعیین کنند، گروه دوم سرمایه‌گذاران غیرآگاه که برخلاف گروه اول درگیر جمع‌آوری اطلاعات از شرکت‌ها نمی‌شوند. این گروه بر

اساس اطلاعات افشاشده از طریق سرمایه‌گذاران آگاه و تخمینی که از تفاوت بین قیمت کنونی و ارزش ذاتی می‌زنند، قیمت آتی اوراق بهادار را برآورد می‌کنند. دی و هانگ با بررسی جزء به جزء رفتار دو گروه سرمایه‌گذار هیچ جزء تصادفی را مشاهده نمی‌کنند و نشان می‌دهند که تغییر قیمت سهام به‌طور کامل تعیین شده است (بلاک، ۲۰۰۰، ۲۵)[1]. مطالعه پدیده آشوب در بازار سرمایه می‌تواند اطلاعات مفیدی به هر دو گروه سرمایه‌گذاران ارائه نماید.

۲-۲. فرضیات بازار کارا و تئوری گشت تصادفی

تحقیقات در مورد بازارهای مالی توسط لوئیس باچلیر با رساله دکتری او با عنوان «تئوری سفته‌بازی» (۱۹۰۰) شروع شد. باچلیر برای اولین بار پیشنهاد کرد که از روش‌های آماری برای تحلیل رفتار تصادفی سهام، اوراق قرضه و... استفاده شود. مهم‌ترین موضوع در این تحقیق بازار عادلانه بود که تغییر قیمت‌ها در هر جهت و با هر مقدار دارای احتمال وقوع یکسان هستند. نتیجتاً انتظار ریاضی از هرگونه سفته‌بازی صفر خواهد بود. تحت این شرایط، احتمال بزرگ‌تر شدن از قیمت واقعی مستقل از مقدار قیمت محاسباتی است و منحنی احتمال در مورد قیمت واقعی متقارن خواهد بود (باچلیر، ۱۹۰۰) برخلاف مشارکت قابل توجه باچلیر، علاقه در تحلیل بازار از این زاویه بسیار کند پیش می‌رفت. بعد از بحران بی‌سابقه سهام در ۱۹۲۹، دانشمندان به این نظریه بها دادند و تحقیق در مورد بازار تصادفی باعث هدایت و اثبات رقابتی بودن دنیای سرمایه‌گذاری و نشان دادن قیمت‌ها به‌عنوان بهترین علامت اطلاعاتی آتی شد. متأسفانه محققان فراتر از این واقعیت که مدل‌های اقتصادی را شامل می‌شود نرفتند. فاما (۱۹۷۰) بیان می‌کند انگیزه اصلی برای توسعه تئوری ناشی از مدارک دهه‌های ۵۰ و ۶۰ میلادی است که رفتار سهام عادی و قیمت‌ها را می‌توان از طریق گشت تصادفی تخمین زد. مواجه با شواهد، اقتصاددانان مجبور کرد که پیشنهادهای عقلایی دهند. نهایتاً، در سال ۱۹۷۰ فاما چارچوبی تئوری برای بازار تصادفی تحت عنوان «فرضیه بازار کارا» ارائه کرد. این تئوری بیان می‌دارد که وقتی تمامی اطلاعات در دسترس به‌سرعت در

1. Blak, 2000, 25

بازار منتشر شود به‌سرعت نیز در قیمت سهام منعکس می‌شود؛ بنابراین بازار در تعیین قیمت عادلانه کاراست.

فاما بیان داشت که اگر بازار شرایط زیر را داشته باشد کارا خواهد بود:

۱. معامله سهام هزینه انتقال نداشته باشد.
۲. تمام اطلاعات موجود بدون هزینه در اختیار تمامی فعالان بازار باشد.
۳. قیمت سهام منعکس‌کننده اطلاعات موجود در بازار باشد (فاما، ۱۹۷۰).

در جهان بدون اصطکاک، سرمایه‌گذاران بازده مورد انتظار رقابتی در بازار به دست می‌آورند و تمامی هزینه‌ها و سودهای مرتبط با ارزش سهام در قیمت سهام منعکس شده است. بر اساس نظریه فاما، رقابت بین سرمایه‌گذاران به بازار سهام اجازه می‌دهد که قیمت سهام بر طبق بهترین انتظارات از آینده اقتصادی شکل بگیرد. بنابراین اگر قیمت‌ها از ارزش بنیادی منحرف شود شرکت‌کنندگان بازار آن را اصلاح می‌کند. در نهایت قیمت‌ها با توجه به اطلاعات به تعادل رقابتی می‌رسند.

تئوری گشت تصادفی توسعه‌یافته فرضیه بازار کار است. فرضیه گشت تصادفی بیان می‌دارد که اطلاعات تصادفی تنها عامل تغییر در قیمت‌هاست. بنابراین در غیاب اطلاعات جدید هیچ علتی برای تغییرات قیمت وجود ندارد. بهترین پیش‌بینی قیمت‌های فردا، قیمت‌های امروز خواهد بود. در نتیجه احتمال وقوع تغییرات از طریق بازی شانسی مانند پرتاب سکه مشخص می‌شود. تغییر بعدی قیمت از اتفاقات گذشته مستقل است. یا در فرم ریاضیات آن‌ها ناشی از متغیرهای تصادفی که دارای توزیع مستقل و یکنواخت هستند.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، این روش توسط باچلیر به صورت ریاضی گشت تصادفی در قیمت سهام را تشریح می‌کند. ۵۰ سال بعد، اسبوم ایده باچلیر را توسعه داد و مدل باچلیر– اسبوم را ابداع کرد. این مدل ایده مستقل گرفت و همچنین فرض کرد که هزینه معاملات در طول زمان به‌طور یکنواخت است و توزیع تغییرات قیمت از هر معامله به معامله دیگر دارای واریانس محدود

است (فاما، ۱۹۶۵). اگر تعداد معاملات زیاد باشد توزیع متغیرهای تصادفی مستقل و یکنواخت خواهد بود و بر اساس قضیه حد مرکزی گوسی یا نرمال می‌شود.

توزیع نرمال دارای این مشخصات است: اول، کلیت توزیع می‌تواند از طریق دو گشتاور اول مشخص شود: میانگین که موقعیت را تعیین می‌کند؛ و واریانس که پراکندگی را مشخص می‌کند. دوم، مجموع متغیرهای تصادفی نرمال دارای توزیع نرمال هستند.

در این چهارچوب، گشت تصادفی به صورت آماری به‌وسیله حرکت‌های براونی بیان می‌شود. حرکت‌های براونی به‌عنوان فرآیندهای اجتماعی تعریف می‌شود که دارای سه مشخصه اصلی همگنی در زمان، استقلال در توسعه و تداوم در مسیر هستند. حرکت براونی، فرآیندی است که: ۱- از لحاظ آماری ماناست؛ یعنی فرآیند تولیدی تغییرات قیمت در طول زمان ثابت است. بنابراین اگر X_t فرآیند در $t>0$ باشد آنگاه فرآیند $X_{t0+t}-X_{t0}$ دارای همان تابع توزیع برای $t>0$ است. ۲- افزایش فرآیند برای بازه‌های زمانی مجزا دارای استدلال دوطرفه است. ۳- فرآیند در فرکانس‌های متوالی کاهشی است؛ بدین معنی که بیشتر تغییرات قیمت کوچک هستند و تعداد کمی بزرگ هستند و آن‌ها در یک روش پیوسته تغییر می‌کنند. این روش فرآیندهایی که دارای پرش‌های ناگهانی است را مجزا کرده است. بنابراین این مدل فرض می‌کند که کوچک‌ترین حرکت از t_0 به t می‌تواند به صورت زیر تشریح شود.

$$Xt - Xt0 \approx e * (t - t0)H$$

e متغیر تصادفی نرمال استاندارد است که دارای میانگین صفر و واریانس آن نسبتی از فاصله تفاضلی T^2 است و H=۰/۵. به‌طور خلاصه در حرکت براونی، برای به دست آوردن X_t، عدد تصادفی e در $(t-t_0)^H$ ضرب می‌شود و نتیجه با موقعیت X_{t0} جمع می‌شود.

فرضیات بازار کارا و تئوری گشت تصادفی در بسیاری از تحقیقات تجربی به کار رفته است بعضی از تحقیقات آن‌ها را تأیید کرد. و بعضی دیگر آن‌ها را رد می‌کنند. با این حال امروزه این تئوری‌ها سدی برای مدل‌های قیمت‌گذاری و مدیریت ریسک می‌باشند بنابراین تئوری‌های

نئوکلاسیک‌ها، به‌عنوان پارادایم‌های حاکم بر اقتصاد و مالی و پایه اساس فکری در وال‌استریت محسوب می‌شود.

۲-۳. فرآیند و تئوری آشوب در بازارهای سرمایه

در مدل‌هایی که بر اساس چارچوب سیستمی می‌باشند تلاش پژوهشگران بر این است که از روابط ساده‌شده استفاده نمایند و بر این مبنا پیش‌بینی می‌کنند که با این وضعیت سیستم چگونه رفتار خواهد کرد. بنابراین دلیل و تأثیر در این مدل‌ها به‌صراحت تعریف می‌شوند (روزنبلوم و کوتنر، ۲۰۰۶). برای مثال فرض اصلی مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای این است که برگشت سرمایه تابعی خطی یا تناسبی از مخاطره است. دو فرض وابستگی و رابطه خطی به پژوهش‌گر اجازه می‌دهند یک مدل ساده ریاضی برای توضیح این مدل ارتباط تدوین نماید. فرض مشترک دیگر مدل‌های ساده‌شده این است که سیستم‌های تحت مطالعه هرگاه به خود وانهاده شوند به سمت تعادل پیش می‌روند؛ اما امکان کاربردی شدن یک مدل بسیار کاهش می‌یابد و تحت فرضیه‌های مدل ساده‌شده نمی‌توان بر بسیاری از مسائل فائق آمد. دانش نوین مطالعه رفتار پویای مدل‌های غیرخطی را تحت عنوان رفتار آشوبی فراهم آورده است. شاید بزرگ‌ترین کمک نظریه آشوب انگیزه‌بخشی برای پژوهش در رفتار پیچیده سیستم‌های پویا باشد (ولسکوئز، ۲۰۰۹)[1]. به‌عنوان نمونه اگر نمودار پلات بازده بازار سهام به‌صورت ساعتی، روزانه، ماهیانه یا سالیانه بدون هرگونه نشانی از زمان ترسیم شود، به احتمال زیاد تشخیص الگویی مبنی بر تمیز ادوار زمانی میسر نخواهد بود؛ اما با استفاده از نظریه آشوب می‌توان نشان داد که سری‌های زمانی آشوبی اغلب چرخه‌هایی نامتناوب و رفتار روندی قوی را نشان می‌دهند؛ به عبارت دیگر می‌توان الگوهای ادواری را تشخیص داد، اما زمان شروع و پایان آن‌ها قابل پیش‌گویی نیستند به‌طوری‌که گذار از هر مرحله به مرحله دیگر غیرقابل پیش‌بینی و ناگهانی است. بر این اساس رفتار آشوب‌گونه جزء جدانشدنی یک سیستم است، اما اگر الگوی مشخص و قابل پیش‌بینی و با دوره تناوب ثابت در

1. Velasquéz, 2009

رفتار بازار به‌وجود آید؛ این الگو دلیل بر وجود حافظه بلندمدت در بازار و عدم وجود رفتار آشوب‌گونه است (خواجوی و عبدی، ۱۳۹۵).

۲-٤. بررسی خصوصیات فراکتالی و حالت‌های تک‌فراکتالی و چندفراکتالی

در دیدگاه سیستمی، سیستم‌های ژئومورفیک (ژئوسیستم‌ها)، سیستم‌هایی پویا با رفتار پیچیده غیرخطی هستند. پاسخ‌های غیرخطی این سیستم‌های باز در شرایط نامتعادل، ساختارها و الگوهای ناپایدار را در آستانه‌های تعادلی رقم می‌زنند. مطالعه نظم و تکرار موجود در بسیاری از پدیده‌های طبیعی مانند شکل ابرها، رشته‌کوه‌ها، شبکه آبراهه‌ای، الگوهای زهکشی و پوشش گیاهی، منجر به خلق روابط ریاضی موجود میان این الگوهای تکرارشونده در قالب مفهوم هندسه فراکتال شده است. واژه فراکتال مشتق از واژه لاتین فراکتوس به معنی سنگی شکسته و خرد شده است (کرمی، ۱۳۸۹، ۷۳) و به‌عنوان زیرشاخه‌ای از آنالیز مختلط برای رفع ضعف‌های اقلیدسی در بیان و مدل‌سازی از پدیده‌های طبیعی گسترش یافته است. واژه فراکتال در سال ۱۹۶۷ توسط مندلبروت[1]، هنگام مطالعه روی الگوهای موجود در خطوط ساحلی غرب بریتانیا مطرح شد. ویژگی فراکتالی شبکه‌های زهکشی، یکی از اولین نمونه‌های رفتار فراکتالی بود که در سال ۱۹۸۲ توسط مندلبروت ارائه داده شد (تورکات، ۲۰۰۷، ۳۰۲)[2]. هندسه فراکتال بیانگر یک الگوی تکرارشونده در اشیا و تصاویر است، یعنی اگر هر تصویر یا شکل دارای این خاصیت، به قسمت‌های کوچک‌تر (بر اساس مقیاس فراکتال) تقسیم شود، هرکدام از این قسمت‌های کوچک‌تر خود یک کپی کوچک شده از شکل اولیه است که در دیدگاه سیستمی این رفتار نوعی خودسازمان‌دهی بحرانی به حساب می‌آید. هدف هندسه فراکتالی، محاسبه و یافتن این بعد هندسی به منظور پیش‌بینی رفتار طبیعت و دینامیک الگوهای موجود در آن است.

1 Mendelbort
2 Torkat, 2007, 302

۲-۵. ابعاد فراکتالی

یک روش اولیه برای محاسبه بعد فراکتالی پوشش منحنی با دایره‌هایی با شعاع r است تعداد دایره‌هایی که منحنی را پوشش می‌دهد را می‌شماریم سپس شعاع را افزایش می‌دهیم:

$$N * (2 * r)d = 1$$

N = تعداد دایره‌ها

r=شعاع

چون مقیاس خط بر اساس مقیاس خطی است ابعاد فراکتالی آن یک است یک فرآیند گشت تصادفی که شانس ۵۰-۵۰ برای کم و زیاد شدن دارد بعد فراکتالی آن ۱/۵ است اگر بعد فراکتالی بین ۱ تا ۱/۵ باشد سری زمانی بیشتر از یک خط و کمتر از حالت گشت تصادفی است. این فرایند گشت تصادفی صاف‌تر از یک خط راست دنده دنده‌ای است.

$$d = \log(N)/\log\left(\frac{1}{2*r}\right)$$

ابعاد فراکتالی می‌تواند حل شود؛ مانند شیب شکل log/log برای سری‌های زمانی ما می‌توانیم شعاع را افزایش دهیم مانند افزایش زمان و آنگاه تعداد دایره‌هایی را که برای پوشش منحنی لازم است می‌شماریم. بنابراین ابعاد فراکتالی یک سری زمانی تابعی از مقیاس آن در زمان است. ابعاد فراکتالی سری‌های زمانی از این جهت اهمیت دارد که مشخص می‌کند که فرآیند حالتی بین کاملاً قطعی (خط با بعد فراکتالی ۱) و تصادفی (با بعد فراکتالی ۱/۵) است. در حقیقت ابعاد فراکتالی یک خط می‌تواند بین ۱ و ۲ تغییر کند در حالت ۱/۵<d<۲ سری زمانی بسیار دنده‌ای‌تر از سری زمانی تصادفی است (محمدی و چیت‌سازیان، ۱۳۹۰).

۲-٦. پیشینه پژوهش

ژو و باو (۲۰۱۹)[1] به بررسی وجود ویژگی مولتی فراکتالی و همبستگی مقطعی را در بازار صندوق‌های قابل‌معامله در بورس پرداختند. نتایج حاکی از وجود حافظه بلندمدت قبل و بعد از بحران مالی در این بازار بوده است و ویژگی مولتی فراکتالی بعد از بحران مالی قوی‌تر دیده می‌شود.

سای و همکاران (۲۰۱۹)[2] همبستگی مقطعی را در بازارهای آسیایی با استفاده از تجزیه‌وتحلیل مولتی فراکتالی بررسی کردند. نتایج حاکی از آن است که خاصیت مولتی فراکتالی و همبستگی مقطعی در این بازارها که شامل بورس اوراق بهادار کشور هند، بورس اوراق بهادار کشور ژاپن و بورس اوراق بهادار کشور چین است وجود دارد و همچنین همبستگی شاخص هرست در بورس این کشورها با شاخص بورس نزدک نیز معنادار است.

منسی و همکاران (۲۰۱۸)[3] کارایی ضعیف، حافظه بلندمدت و ویژگی مولتی فراکتالی در بازار سهام کشورهای اروپایی را مورد تجزیه و بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد حافظه بلندمدت در هر دو مقطع زمانی کوتاه‌مدت و بلندمدت وجود دارد. همچنین میزان حافظه بلندمدت در مقطع زمانی بلندمدت مشهودتر است. همچنین نتایج حاکی از کارا بودن بورس اوراق بهادار کشور یونان نسبت به بقیه بازارهای سهام مورد بررسی است و کشورهای پرتقال و ایرلند دارای ناکارایی در بازار سهام خود هستند.

هو و همکاران (۲۰۱۸)[4] تحلیل مولتی فراکتالی را برای شاخص قیمت سهام در تایوان به کار بردند و وجود ویژگی‌های مولتی فراکتالی در بازار سهام تایوان را تأیید کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که وجود اطلاعات بازار به صورت فرآیندی زنجیره‌ای باعث چند فراکتالی می‌شود.

1. Zho and Bao, 2019
2. Sai et. Al., 2019
3. Mensi et. Al., 2018
4. Hoa et. Al., 2018

توماس (۲۰۱۷)[1] در پژوهشی تحت عنوان «تجزیه‌وتحلیل ابعاد فراکتال بر بازده دارایی‌های چین» به بررسی وجود گام تصادفی در بازار سهام چین پرداخت. در این پژوهش توماس بازارهای شانگهای و شانزن که دو بازار مهم در چین می‌باشند را مورد بررسی قرار داد. او با استفاده از توان هرست که ابزاری جهت آزمون ابعاد فراکتال است، تغییرات شاخص سهام این دو بازار را مورد تجزیه‌وتحلیل قرار داد. روش توماس به این صورت بود که ابتدا بازارهای شانگهای و شانزن را به‌عنوان دو بازار جدا و مستقل از هم در نظر گرفت. سپس دوره زمانی مورد بررسی را از سال ۱۹۹۷ تا ۲۰۱۴ انتخاب کرد. در مرحله بعد با استفاده از توان هرست ابعاد فراکتال این بازارها را محاسبه و سپس کارایی دو بازار را نسبت به هم مقایسه کرد. همچنین توماس توان هرست دو بازار را با توان هرست گروه شبیه‌سازی شده مقایسه کرد. نتایج پژوهش توماس نشان داد که هیچ‌کدام از دو بازار شانگهای و شانزن دارای کارایی در سطح ضعیف نمی‌باشند اما بازار شانگهای کارایی بیشتری نسبت به بازار شانزن دارد.

سرلیتین و شینتانی (۲۰۱۶)[2] به بررسی روند گام تصادفی و آشوبناک در شاخص داوجونز بورس سهام آمریکا پرداختند. این محققین شاخص روزانه داوجونز بورس سهام آمریکا را در دوره زمانی ۱۹۲۸–۲۰۰۰ با استفاده از توان لیاپانوف آزمون کردند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که سری زمانی شاخص داوجونز بیشتر از یک روند تصادفی پیروی می‌کند تا اینکه از یک روند آشوبناک پیروی کند.

بیگلر و همکاران (۱۳۹۷) تأثیر خاصیت فراکتالی شبکه بازار سهام بر بازده سهام را مورد تجزیه‌وتحلیل قرار دادند. به‌منظور انجام پژوهش از بین ۳۸۲ شرکت عضو در بورس اوراق بهادار تهران ۳۴۹ شرکت را که در بین سال‌های ۱۳۹۲ تا ۱۳۹۵ دارای اطلاعات کامل بوده‌اند، به‌عنوان نمونه انتخاب نموده و با استفاده از تجزیه‌وتحلیل اطلاعات و بر اساس فرمول‌های ارائه شده ساخت شبکه بازار سهام بورس اوراق بهادار تهران انجام شد و با توجه به شبکه‌ایجاد شده و تحلیل آن

1. Thomas, 2017
2. Serletin and Shintani,2016

خاصیت فراکتالی شبکه مورد نظر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آزمون نشان داد شبکه بازار سهام بورس اوراق بهادار تهران شبکه‌ای که با استفاده از سهام به‌عنوان رأس‌ها در آن و ارتباط میان سهم‌ها به‌عنوان یال‌ها ساخته شده است غیر فراکتال است.

مطهری و همکاران (۱۳۹۶) به بررسی فرضیه کارایی ضعیف و ارائه الگوی هشدار پیش از وقوع نوسانات شدید در بازار ارز ایران با رویکرد مارکوف سوئیچینگ گارچ پرداختند. بدین منظور با استفاده از روش مارکوف سوئیچینگ و تصریح غیرخطی نرخ ارز واقعی، میزان نرخ ارز آستانه‌ای محاسبه شده است به‌طوری‌که وقتی نرخ ارز واقعی کمتر از این نرخ است، ارتباط مثبتی بین نرخ ارز واقعی و رشد اقتصادی وجود دارد اما پس از عبور از این آستانه و قرار گرفتن در رژیم بالای نرخ ارز واقعی، بین نرخ ارز واقعی و رشد اقتصادی ارتباطی منفی و معنی‌دار وجود دارد. این نرخ ارز واقعی آستانه‌ای حدود ۱۱۷۷۶ ریال برآورد شده است. نهایتاً تأثیر نوسانات ارزی بر نرخ تورم نیز با روش مارکوف سوئیچینگ مدل‌سازی شد که نتایج حاصل از برآورد مدل تحقیق نشان می‌دهد که اولاً تورم در اقتصاد ایران از دو رژیم تبعیت می‌کند که شامل رژیم ۰ با ویژگی میانگین تورم و واریانس (انحراف معیار) پایین و رژیم با ویژگی تورم و واریانس (انحراف معیار) بالا، ثانیاً نوسانات نرخ ارز در هر دو رژیم تورم پایین و بالا اثر مثبت و معنی‌داری بر نرخ تورم داشته است.

خواجوی (۱۳۹۵) به تجزیه‌وتحلیل تجربی ابعاد فراکتال بر قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداخت، نمونه آماری پژوهش قیمت در دوره زمانی ۱۳۹۱-۱۳۸۲ است. در این پژوهش با استفاده از تحلیل R/S و توان هرست به بررسی تصادفی بودن سری زمانی قیمت پرداخته شده است. تحلیل R/S به‌عنوان یک روش غیرخطی قوی برای بررسی سری‌های زمانی تصادفی و تشخیص آن‌ها از سری‌های زمانی غیرتصادفی کاربرد دارد که مهم‌ترین مزیت تحلیل R/S عدم وابستگی به نوع توزیع سری زمانی مربوط است. یافته‌های حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد که سری زمانی قیمت مستقل و تصادفی نیست و دارای حافظه بلندمدت است.

رودپشتی و کلانتری دهقی (۱۳۹۳) مدل‌های مولتی فراکتال در علوم مالی: ریشه، ویژگی‌ها و کاربردهای آن‌ها را مطالعه کردند. در ابتدا ریشه این روش که از مدل‌های مشابه جریانات آشفته در فیزیک آماری نشأت گرفته شده است معرفی و سپس جزئیاتی در مورد مشخصات و ویژگی‌های مدل‌های سری زمانی مولتی فراکتالی در مالی، روش‌های در دسترس برای تخمین آن‌ها و وضعیت کنونی کاربردهای تجربی این مدل‌ها ذکر می‌شود. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که پویایی بازار سرمایه موجب شده است که رویکردها، شیوه‌ها و مدل‌های تحلیل بازار در حال تحول باشد، همچنین در خوشه‌بندی نوسانات سری‌های زمانی مالی، مقیاس‌های کوچک‌تر مدنظر قرار می‌گیرد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر سعی بر آن دارد تا ویژگی مولتی فراکتال را در مورد شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران مورد آزمون قرار دهد. لذا این پژوهش با توجه به هدف از نوع کاربردی و با توجه به نحوه اجرا، یک پژوهش توصیفی از نوع همبستگی است که برای کشف همبستگی به روش پس رویدادی عمل خواهد کرد. در این پژوهش برای گردآوری اطلاعات از روش کتابخانه‌ای بهره گرفته شده است. برای گردآوری داده‌های پژوهش از بانک اطلاعاتی سازمان بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است و برای آزمون فرضیه‌ها از نرم‌افزار Matlab استفاده شده است.

همچنین در این پژوهش، جامعه آماری بورس اوراق بهادار تهران است؛ زیرا متغیر این پژوهش شامل شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. بنابراین در این پژوهش نمونه‌گیری صورت نمی‌گیرد و شاخص در قلمروی زمانی مربوطه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

متغیر پژوهش سری زمانی بازده شاخص کل در بازه زمانی ۱۳۹۰/۰۱/۰۶ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ حاوی ۲۴۰۰ داده است. مقادیر شاخص، از سایت رسمی سازمان بورس و اوراق بهادار تهران استخراج شده و سپس بازده لگاریتمی در دوره‌های موردنظر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}}$$

که در آن P_{it} نشان‌دهنده شاخص کل قیمت در روز t P_{it-1} نشان‌دهنده شاخص کل قیمت در روز $t-1$ و R_{it} نشان‌دهنده بازده روز t ام است. این معادله تغییرات و نوسان شاخص کل را نشان می‌دهد (تهرانی و همکاران، ۱۳۹۱).

لازم به ذکر است که بعد از محاسبه فرمول، تعداد داده‌ها به ۲۳۹۹ کاهش می‌یابد.

همچنین با عنایت به مدل آماری مذکور و اهداف عنوان‌شده پژوهش، فرضیه‌های این پژوهش بر اساس پژوهش، به شرح زیر تدوین شده است:

فرضیه ۱. آیا خاصیت مولتی‌فراکتالی درشاخص کل روزانه قیمت بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد؟

فرضیه ۲. آیا بررسی همبستگی مقطعی شاخص کل روزانه قیمت بورس اوراق بهادار تهران از طریق خواص مولتی‌فراکتالی امکان‌پذیر است؟

فرضیه ۳. آیا شکل ضعیف کارایی در رفتار شاخص کل روزانه قیمت بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد؟

٤. مدل آماری پژوهش

در سال ۱۹۵۱ میلادی، ادوین هرست روشی آماری به نام R/S جهت بررسی حافظه طولانی‌مدت داده‌ها معرفی کرد. حاصل این تحلیل، کمیتی است که مقداری در محدوده [0,1] داشته و بعدها به افتخار نام هرست، به نمای هرست H معروف شد. اما روش R/S برای سری‌های زمانی با تعداد داده کم، غیرقابل اتکا بود. در سال ۱۹۹۴، روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده DFA[1] به‌عنوان یک تحلیل قابل اطمینان و مناسب برای به دست آوردن نمای هرست سری‌های زمانی معرفی شد. پس از آن نسخه تعمیم‌یافته به نام روش چند فراکتالی نوسانات روند زدایی شده MF-DFA[2] توسط کانتلهارت و همکاران معرفی گردید.

1. Detrended fluctuation analysis
2. Multifractal detrended fluctuation analysis

در اقتصاد، روش MF-DFA در تجزیه‌وتحلیل داده‌های اقتصادی و مالی مخصوصاً زمانی که شواهدی از چند فراکتالی بودن دیده شده، بسیار مؤثر بود. در این راستا، تجزیه‌وتحلیل مولتی فراکتالی با استفاده از MF-DFA یک تکنیک رایج برای بررسی وابستگی طولانی‌مدت در تغییرات کوتاه و بلندمدت در قیمت دارایی است. چنین تحقیقاتی برای ایجاد مدل‌های پیش‌بینی برای بهبود مدیریت سبد سهام از نظر تخصیص بهینه دارایی و مدیریت ریسک ضروری است. به‌عنوان مثال، می‌توان تعیین کرد که آیا قیمت‌ها حافظه طولانی دارند یا خیر و تصمیم بگیرند که کدام مدل پیش‌بینی مناسب است. این روش علی‌رغم بهینه بودن، از لحاظ محاسباتی نسبت به وجود روندهای تناوبی مقاوم نبود. لذا روش‌های تلفیقی دیگری جهت تقلیل اثر روندهای موجود ارائه شدند.

بسیاری از مطالعات مالی تجربی بر شناسایی تغییرات (در صورت وجود) در پویایی و پیچیدگی بازار قبل و بعد از وقایع بزرگ تمرکز می‌کنند. دروزدز و همکاران[1] (۲۰۰۱) دریافتند که کشش‌ها و افت‌ها توسط پویایی‌های به‌طور معنادار متمایز اداره می‌شود. افت‌ها با جداسازی معناداری از تجمعی زیاد از ماتریس همبستگی همراه بود. در حالی که برای کشش‌ها، پویایی به‌طور یکنواخت‌تری بر روی حالت‌های ویژه گسترش یافته و منجر به افزایش آنتروپی اطلاعات می‌شود.

در سال‌های اخیر، روش جدیدی توسط پدبنیک و همکاران (۲۰۰۸) به نام DXA DCCA که الهام گرفته از مدل تحلیل نوسانات روندزدایی شده است جهت روندزدایی نمودن تابع‌های همبستگی و ماتریس‌های کوواریانس ارائه شده است. در این روش به بررسی ساختار همبستگی‌های دوربرد میان دوسری نامانا (غیر ایستا) پرداخته می‌شود. در ادامه برای بررسی ساختار مقیاسی (فراکتالی) همبستگی میان دو سری نامانا یکی از اندیشمندان روش جدیدی را پیشنهاد نموده است که به نام روش همبستگی نوسانات روندزدایی شده MF-X-DFA[2] نامیده

1. Drozdz et al., 2001
2. Multifractal detrended cross-correlation analysis

می‌شود. لذا در این پژوهش نیز به بررسی خواص مولتی فراکتال و همبستگی مقطعی از طریق روش MF-X-DFA پرداخته شده است که مراحل انجام این روش طبق الگوریتم زیر است:

گام ۱. ابتدا دو سری تجمعی زیر ساخته می‌شود.

$$X(t) = \sum_{k=1}^{t} \left[x(k) - \underline{x}\right] \qquad t = 1,2,\dots,N$$

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{t} \left[y(k) - \underline{y}\right] \qquad t = 1,2,\dots,N$$

جایی که $\underline{x}$ و $\underline{y}$ نشان‌دهنده میانگین $X(t)$ و $Y(t)$ است. نکته قابل ذکر به این صورت است که برای حذف روندهایی که از جمع بستن سری حاصل می‌شود، لازم است که در هر مرحله مقدار متوسط را از داده‌ها کم نماییم. با این وجود کم کردن میانگین لزوماً نیاز نیست؛ زیرا با حذف روند، آن‌ها حذف خواهند شد.

گام ۲. دو سری تجمعی $X(t)$ و $Y(t)$ را به $N_s = int(\frac{N}{s})$ بخش مستقل، که هریک د ای s نقطه است تقسیم می‌کنیم. از آنجایی که اغلب، طول سری مضرب صحیحی از مقیاس s نیست، یک بخش کوچک از انتهای سری تجمعی باقی می‌ماند که برای نادیده نگرفتن آن، یک بار دیگر از انتهای سری تجمعی، آن را به بخش‌های مستقل با طول یکسان s تقسیم می‌نماییم. بنابراین در مجموع $2N_s$قسمت به دست می‌آید.

گام ۳. روند محلی برای هر بخش v را توسط سری حداقل مربعات محاسبه کرده و سپس کمیت زیر را که شبیه کوواریانس است (جهت روندزدایی تابع همبستگی) را حساب می‌نماییم.

$$F_{xy}^2(s,v) = \frac{1}{s}\sum_{t=1}^{s} |X[(V-1)s+t] - x_v(t)| \times |Y[(V-1)s+t] - y_v(t)|$$
$$v = 1,2,\dots,N_s$$

و

$$F_{xy}^2(s,v) = \frac{1}{s}\sum_{t=1}^{s} |X[N-(V-1)s+t] - x_v(t)| \times |Y[N-(V-1)s+t] - y_v(t)|$$
$$v = N_s+1,\dots,2N_s$$

جایی که x_v و y_v چندجمله‌ای مناسب با بعد m در هر بخش v به ترتیب برای (t) و $Y(t)$ است.

گام ۴. میانگین مرتبه q ام تمام بخش‌ها را برای تابع کوواریانس به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

اگر $q \neq 0$

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \left[F_{xy}^2(s,v)\right]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}$$

و اگر $q = 0$

$$F_0(s) = exp\left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \left[F^2(s,v)\right] \right\}$$

باید توجه داشت که منظور از q در حقیقت توجه به گشتاورهای مختلف سری زمانی است. همان‌طور که مشخص است هرچه به گشتاورهای بالاتری توجه نماییم در حقیقت به دم‌های تابع توزیع توجه بیشتری نموده‌ایم. از سوی دیگر توجه به مقیاس‌های زمانی بزرگ‌تر در حقیقت به معنای توجه به اتفاقات نادر است که همان دم‌های تابع توزیع هستند.

گام ۵. رفتار اندازه‌گیری را برای s های مختلف در تابع $F_q(s)$ تکرار می‌کنیم. با بررسی رفتار توابع روند با استنتاج از نمودار لگاریتمی تابع کوواریانس موردنظر در مقابل مقیاس‌های مختلف برای هر مقدار از q به تحلیل شرایط می‌پردازیم. چنانچه سری $X(t)$ و $Y(t)$ به شکل توانی با یکدیگر همبستگی بلندمدت داشته باشند، تابع کوواریانس برای مقادیر بالای s به شکل توانی افزایش می‌یابد. لذا یک تابع نمایی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$F_q(s) \sim S^{H_{xyq}(q)}$$

تابع نمایی $H_{xyq}(q)$، که به‌عنوان نمای تعمیم‌یافته هرست شناخته می‌شود، می‌تواند در نمودار $F_q(s)$ و در رفتار s مورد تحلیل قرار بگیرد.

همچنین با استفاده از تبدیل لژاندر داریم:

$$\alpha_{xy} = H_{xy}(q) + H_{xy}(q)$$

و

$$f_{xy}(\alpha) = q[\alpha_{xy} - H_{xy}] + 1$$

لذا برای محاسبه درجه مولتی فراکتالی، از ΔH خواهیم داشت:

$$\Delta H = max[H_{xy}] - min[H_{xy}]$$

همبستگی مقطعی: بعد از محاسبه شاخص هرست در مقیاس‌های مختلف میزان همبستگی آن‌ها با هم سنجیده می‌شود. لازم به ذکر است در صورتی که مولتی فراکتالی در اثر همبستگی‌های متفاوت در مقیاس‌های کوچک و بزرگ دارای افت‌وخیز باشد، تابع توزیع افت‌وخیز قیمت تطابق خوبی با توزیع گوسی (نرمال) دارد و اگر داده‌های مورد بررسی را به هم بزنیم، یعنی حافظه و همبستگی‌های موجود در آن را از بین ببریم، چند فراکتالی از بین رفته و q مستقل از h(q) خواهد شد.

٤-۱. تفسیر نمای هرست

بر اساس تئوری اصلی H=۰,۵ به‌عنوان یک فرآیند مستقل محسوب می‌شود. $0.5 \leq H \leq 1.00$ مربوط به سری زمانی پایدار است این سری زمانی پایدار به‌وسیله اثر حافظه بلندمدت مشخص می‌شود. به صورت نظری یعنی هر اتفاقی که امروز می‌افتد برای همیشه در آینده تأثیر می‌گذارد مطرح شده است. با توجه به اینکه بر اساس دینامیک آشوب، بین رویدادهای آتی با شرایط اولیه یک وابستگی وجود دارد، این حافظه بلندمدت بدون توجه به مقیاس زمانی اتفاق می‌افتد. در حقیقت تمامی تغییرات روزانه با تغییرات روزهای آتی همبستگی دارد و به این ترتیب، تمامی تغییرات هفتگی با تغییرات هفته‌های آتی همبستگی دارد و در هیچ مشخصات، مقیاس زمانی وجود ندارد. این مشخصه اصلی یا کلیدی یک سری زمانی فراکتالی است.

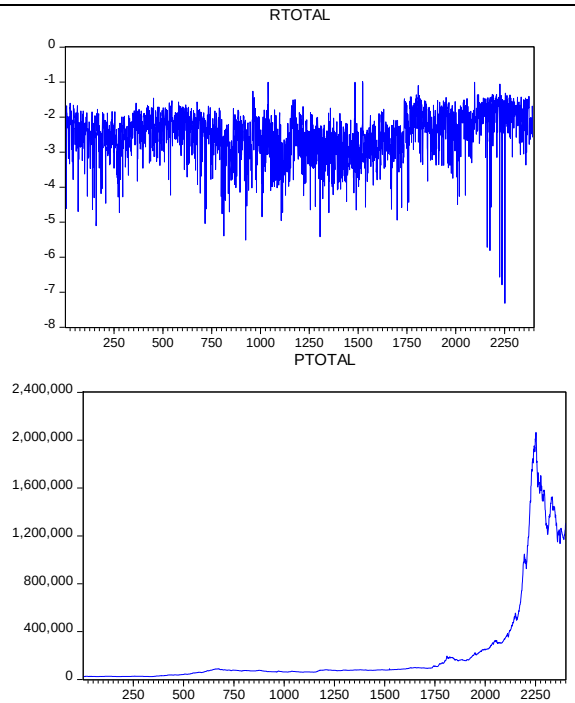
$0 \leq H \leq 0.5$ نشان‌دهنده ناپایداری است. یک سیستم غیر پایدار فاصله‌ای کمتر از یک حالت تصادفی را پوشش می‌دهد.

۵. نتایج پژوهش

در جدول زیر شاخص‌های مرکزی از جمله میانگین و شاخص‌های پراکندگی از جمله انحراف معیار، کشیدگی و چولگی برای متغیرهای مختلف محاسبه شده است.

جدول (۱). آمار توصیفی برای متغیرهای پژوهش

نام متغیر	تعداد	میانگین	میانه	انحراف معیار	واریانس	دامنه تغییرات	چولگی	کشیدگی
بازده شاخص کل قیمت	۲۳۹۹	-۲.۴۹۲۰۷	-۲.۳۸۶۰۰	.۶۹۱۳۸۳	.۴۷۸	۶.۳۳۵	-۱.۱۶۲	۲.۹۸۳
شاخص کل قیمت	۲۴۰۰	۲۱۹۲۵۴.۱۷۷۵۱	۷۷۵۵۴.۷۰۰۰۰	۳۹۳۳۰۷.۰۰۸۹۱۰	۱۵۴۶۹۰۴۰۳۲۵۷.۵۵۲	۲۰۴۱۳۵۸.۰۰۰	۲.۸۱۸	۶.۹۵۹



نمودار (۱). نمودار خطی متغیرهای پژوهش در بازه زمانی ۱۳۹۰/۰۱/۰۶ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷

در این پژوهش داده‌های مورد بررسی به دو بخش تقسیم شد. بخش نخست که داده‌ها به شکل ماهانه در طول ۱۰ سال جمع‌آوری شده است و در بخش بعد نیز داده‌ها گسترش یافته و در طول ۱۰ سال و به صورت روزانه جمع‌آوری شده و مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته‌اند.

در جدول (۱) برخی از مفاهیم آمار توصیفی متغیرها، شامل میانگین، میانه، حداقل مشاهدات، حداکثر مشاهدات و انحراف معیار ارائه شده است. بیشینه (ماکسیمم) و کمینه (مینیمم) تابع در یک بازه به بزرگ‌ترین مقدار و کوچک‌ترین مقدار تابع در آن بازه گفته می‌شود. در اصطلاح به بیشینه و همین‌طور کمینه، نقاط فَرینه (اکسترمم) تابع گفته می‌شود. برای مثال مقدار حداکثر مشاهدات برای متغیر شاخص بازده سهام در طول کل دوره پژوهش برابر با ۰,۹۸۰- است که نشان‌دهنده بیشترین مقدار این متغیر در بازه مورد بررسی است و همین‌طور مقدار حداقل مشاهدات برای این متغیر برابر با ۷,۳۱۵- است که نشان‌دهنده کمترین مقدار این متغیر در بازه تحقیق مورد نظر است.

در مطالعه توزیع یک جامعه آماری، مقدار نماینده که اندازه‌ها در اطراف آن توزیع شده‌اند را مقدار مرکزی می‌نامند و هر معیار عددی را که معرف مرکز مجموعه داده‌ها باشد، معیار گرایش به مرکز می‌نامند. میانگین و میانه از متداول‌ترین معیارهای گرایش به مرکز هستند. اصلی‌ترین شاخص مرکزی میانگین است که نشان‌دهنده نقطه تعادل و مرکز ثقل توزیع است و شاخص خوبی برای نشان دادن مرکزیت داده‌ها است. برای مثال میانگین شاخص بازده سهام برابر ۲,۴۹۲۰۷- است که نشان می‌دهد بیشتر داده‌های مربوط به این متغیر در حول این نقطه تمرکز یافته‌اند. میانه یکی دیگر از شاخص‌های مرکزی است که وضعیت جامعه را نشان می‌دهد و در آمار و نظریه احتمالات نوعی سنجش گرایش به مرکز است. میانه عددی است که یک جمعیت آماری و یا یک توزیع احتمالی را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. اگر تعداد جمعیت آماری زوج باشد، میانه با میانگین دو عضو جمعیت که در وسط جمعیت آماری قرار دارند، محاسبه می‌شود. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود میانه R برابر با ۲,۳۸۶۰۰- است که نشان‌دهنده این است که نیمی از داده‌ها کمتر از این مقدار و نیمی دیگر بیشتر از این مقدار هستند.

نقطه آغازین مربوط به فرآیندهای انباشته کسری این حقیقت بوده است که بسیاری از سری‌های اقتصادی و مالی نه I(۰) هستند و نه I(۱). آن‌ها در وقفه‌های بسیار طولانی خودهمبستگی‌های معنی‌داری از خود نشان می‌دهند که از آن به‌عنوان «میرایی هیپربولیک» نام‌برده می‌شود. وقتی از این سری یک بار تفاضل گرفته شود، به نظر می‌رسد یک بار تفاضل گیری برای آن زیاد باشد؛ بنابراین، یک طبقه مفید از مدل‌ها برای یک سری زمانی که دارای رفتار حافظه بلندمدت است، فرآیند ARFIMA(P,d,q) است. این فرآیندها بسط فرآیندهای خودرگرسیو میانگین متحرک انباشته ARIMA است که در آن پارامتر تفاضل گیری می‌تواند عددی غیر صحیح را اختیار کند. برای سری زمانی $\{x_t\}$ مدل ARFIMA(p,d,q) به‌صورت کلی زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(L)\,(1-L)^d\,(x_t)=\theta(L)\varepsilon_t$$

که در آن ε نوفه سفید است.L، عملگر وقفه و $(L^d-۱)$ عملگر تفاضل گیری کسری است و $d\in(-۰,۵\ ,۰,۵)$ است. چندجمله‌ای‌های $\Phi(L)= 1 - \phi_1L - \phi_2L^2 - \ldots - \phi_pL^p$ و $\theta(L)= 1 - \theta_1L - \theta_2L^2 - \ldots - \theta_qL^q$ به ترتیب نشان‌دهنده فرایندهای AR و MA هستند. شرط لازم و کافی برای اینکه بتوان سری $\{x_t\}$ را دارای یک فرایند ARFIMA دانست، این است که فرایند $x_t(1-L)^d$، یک فرایند ARMA باشد. برای ساخت الگوها ابتدا بایستی مانایی سری مربوطه را با استفاده از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته بررسی کرد. دلیل نیاز به داده‌های مانا این است که هر مدلی که از این داده‌ها به دست می‌آید را می‌توان باثبات دانست و آن را مبنای معتبری برای پیش‌بینی به شمار آورده و ساختار آن را به سایر دوره‌های زمانی تعمیم داد. بدیهی است درصورتی‌که سری زمانی مانا نباشد ساختار آن در قسمتی از سری زمانی را نمی‌توان به بقیه دوره‌های زمانی تعمیم داد. در مرحله بعد برای استفاده از مدل ARIMA باید تعداد جملات خودرگرسیو (p) و تعداد جملات میانگین متحرک (q)، با استفاده از توابع خودهمبستگی (AC) و خودهمبستگی جزئی (PAC) بر اساس مراحل باکس، جنکینز محاسبه شود. حال باید بررسی کرد چه ترکیبی از AR و MA برای پیش‌بینی بلندمدت قیمت سهام و بازده سهام بهینه است. معادلات مختلف از ترکیب AR و MA

بررسی می‌شوند و ترکیبی که معنادار است و کمترین آکائیک را دارد انتخاب می‌کنیم. بعد از بررسی‌های انجام شده مقادیر (AR, MA)=(۶،۶) و (AR, MA)=(۴،۶) به‌ترتیب برای قیمت سهام و بازده سهام مناسب بوده‌اند. همچنین سری‌های زمانی متغیرهای بازده شاخص کل قیمت (۱۳۹۰-۱۳۹۹) و شاخص کل قیمت (۱۳۹۰-۱۳۹۹) بر اساس آزمون دیکی-فولر تعمیم‌یافته مانا بوده‌اند. در جدول (۱) نتایج آزمون دیکی و فولر برای سری زمانی قیمت و بازده را نشان می‌دهد. در واقع داریم:

$\{H_0$: سری زمانی بازده یا قیمت دارای ریشه واحد است

H_1: سری زمانی بازده یا قیمت دارای ریشه واحد نیست

جدول (۲). آزمون دیکی و فولر برای بازده لگاریتمی سری زمانی شاخص کل

متغیر	احتمال	آماره
بازده شاخص کل قیمت (1390-1399)	۰.۰۰۰۰	-۸.۴۴۷۴۷۱
شاخص کل قیمت (1390-1399)	۰.۰۰۰۰	-۸.۶۹۵۷۸۸

همان‌طور که مشخص است مقدار آماره t برای سری زمانی متغیرهای بازده شاخص کل قیمت و شاخص کل قیمت از سطح خطای ۰,۰۵ کمتر است. بنابراین، این سری‌های زمانی مانا است. در حالت کلیدر این سطح از فرآیند گام تصادفی پیروی نکرده و احتمال وجود فرآیند آشوب‌گونه را تأیید می‌کند.

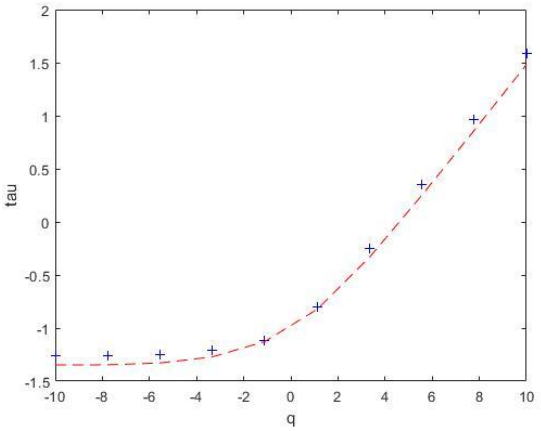
جدول (۳). نتایج برآورد مدل *MF-X-DFA* برای شاخص کل قیمت سهام

پارامتر	tau	Hq	Q	Logfq	ΔH
شاخص بازده کل	-۱.۳۴۷۲۴	۰.۰۳۴۷۲۴	-۱۰	۰.۲۷۴۵۶۲	۰.۷۴۶۹۱۲
	-۱.۳۴۶۰۷	۰.۰۴۴۴۹۵	-۷.۷۷۷۷۸	۰.۳۵۱۸۱۹	۰.۷۸۴۶۶۹
	-۱.۳۲۸۷۱	۰.۰۵۹۱۶۸	-۵.۵۵۵۵۶	۰.۴۶۷۸۳۷	۰.۸۴۲۶۸۲
	-۱.۲۷۱۵۵	۰.۰۸۱۴۶۵	-۳.۳۳۳۳۳	۰.۶۴۴۱۳۳	۰.۹۳۳۳۴۲
	-۱.۱۲۷۱۸	۰.۱۱۴۴۶۵	-۱.۱۱۱۱۱	۰.۹۰۵۰۶۳	۰.۸۴۰۲۲۸
	-۰.۸۲۳۶۲	۰.۱۵۸۷۴۵	۱.۱۱۱۱۱۱	۱.۲۵۵۱۸۱	۰.۹۱۹۸۳۵
	-۰.۳۳۴۴	۰.۱۹۹۶۷۹	۳.۳۳۳۳۳۳	۱.۵۷۸۸۴۳	۰.۸۳۵۱۰۶
	۰.۲۴۹۵۱۶	۰.۲۲۴۹۱۳	۵.۵۵۵۵۵۶	۱.۷۷۸۳۶۲	۰.۸۱۰۳۳۳
	۰.۸۶۱۱۰۷	۰.۲۳۹۲۸۵	۷.۷۷۷۷۷۸	۱.۸۹۲۰۰۲	۰.۷۹۳۹۲۱
	۱.۴۸۱۶۷۱	۰.۲۴۸۱۶۷	۱۰	۱.۹۶۲۲۳	۰.۷۴۶۹۱۲
scmin	4	Qmin	-10		
scmax	240	Qmax	10		

بررسی خاصیت مولتی فراکتال: با توجه به مقادیر به دست آمده برای نمای هرست تعمیم‌یافته (ΔH) برای شاخص بازده کل، چون در تمامی مقادیر به ازای q های مختلف از ۰,۵ بیشتر است لذا می‌توان گفت که خاصیت فراکتالی در این سری زمانی دیده می‌شود و این سری زمانی و بر اساس آزمون‌های تئوری آشوب قابل پیش‌بینی است. برای بررسی اینکه این ویژگی مونوفراکتال است یا مولتی فراکتال، از تابع نمایی رینی $\tau au_{xy}(q)$ استفاده می‌شود و این تابع نشان‌دهنده خاصیت مولتی فراکتال است.

$$\tau au_{xy}(q) = qH_{xy}(q) - 1$$

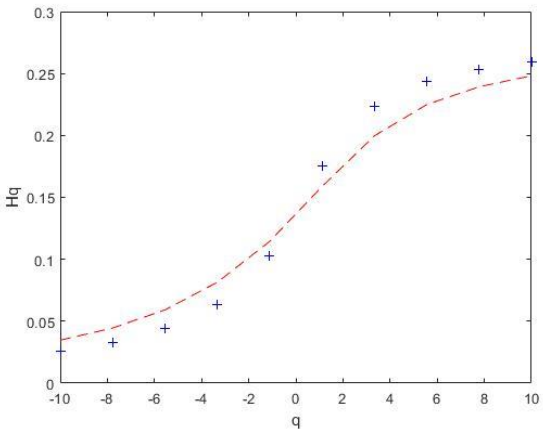
تفسیر بدین صورت است که اگر نمودار $\tau au_{xy}(q)$ بر حسب q به صورت خط راست باشد، در این صورت سری دارای خاصیت مونو فراکتال است در غیر این صورت دارای خاصیت مولتی فراکتال است.در زیر درنمود tau بر حسب q برای دو سری زمانی ده‌ساله و پنج‌ساله نشان داده شده است (نموداری که با علامت + نشان داده شده، نمودار سری شاخص بازده کل در بازه زمانی ۵ ساله و نموداری که با -- نشان داده شده، نمودار شاخص بازده کل در بازه زمانی ۱۰ ساله است).



نمودار (۲). نمودار tau بر حسب q

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نمودار tau بر حسب q به صورت یک تابع غیرخطی است و تابع خطی نیست، لذا می‌توان اذعان داشت که سری زمانی شاخص بازدهی کل بورس اوراق بهادار برای بازه‌های ۱۰ ساله دارای خاصیت مولتی فراکتال است و لذا فرضیه اول پژوهش مورد قبول است.

بررسی همبستگی مقطعی: برای بررسی همبستگی مقطعی، باید مشخص شود که آیا تابع $H_q(q)$ با تغییرات q تغییر می‌کند یا با تغییرات q تغییری در $H_q(q)$ به وجود نمی‌آید. نمودار تغییرات $H_{xy}(q)$ بر حسب q در زیر نشان داده شده است:



نمودار (۳). نمودار Hq بر حسب q

همان‌طور که مشخص است این نمودار یک نمودار ثابت نیست. به عبارت دیگر با تغییرات q تغییرات در $H(q)$ نیز حاصل می‌شود. لذا می‌توان گفت همبستگی مقطعی برای شاخص بازدهی کل بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۰ ساله وجود دارد. برای مقادیر q می‌توان گفت برای مقادیر مثبت q بخش‌هایی که (در تقسیم‌بندی سری‌های زمانی به بخش‌های مختلف) دارای افت‌وخیز زیاد در تابع همبستگی هستند در معادله مرحله چهارم غالب خواهند شد. به عبارت دیگر در مقاطع مختلف زمانی (هفتگی، ماهانه و سالانه) قیمت سهام با مقطع بعدی خودهمبستگی مثبت دارد و افزایش یا کاهش در یک مقطع، سبب افزایش یا کاهش در مقطع بعدی می‌شود. برعکس برای مقادیر q منفی، بخش‌های که دارای افت‌وخیز کوچک در تابع همبستگی هستند، غالب شده و $H(q)$ خواص آماری افت‌وخیزهای کوچک در تابع همبستگی را نشان می‌دهد. بدین معنا که بازده شاخص منفی در مقاطع مختلف زمانی می‌تواند باعث افزایش بازده شاخص در مقطع بعدی شود. همچنین اگر $H(q) = 0$، در این صورت هیچ حرکت مشابهی در سری مشاهده نمی‌شود و لذا همبستگی مقطعی وجود ندارد. لذا فرضیه دوم پژوهش مورد تائید واقع می‌شود.

برای بررسی این موضوع که آیا بازده کل شاخص دارای کارایی ضعیف است یا خیر، باید وجود تفاوت معنادار بین این متغیر و متغیر شبیه‌سازی گام تصادفی مورد آزمون قرار بگیرد. لذا بدین منظور از آزمون t جهت بررسی این موضوع استفاده شده است:

جدول (۴). نتایج آزمون t جهت بررسی تفاوت معناداری متغیرهای پژوهش و گروه شبیه‌سازی شده

متغیرها	آماره آزمون t	درجه آزادی	مقدار احتمال	میانگین	فاصله اطمینان ۹۵٪		نتیجه
					کران پایین	کران بالا	
بازده شاخص کل قیمت و گروه شبیه‌سازی شده	-44.838	4797	0.000	-.395826	-.41313	-.37852	وجود تفاوت معنادار

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقدار احتمال برای آزمون t جهت بررسی وجود اختلاف معنادار بین بازده شاخص کل قیمت و متغیر گروه شبیه‌سازی شده گام تصادفی برای بازه ۱۰ ساله از ۰,۰۵ کمتر است لذا وجود اختلاف مورد قبول واقع می‌شود و لذا کارایی ضعیف در این متغیر وجود ندارد. لذا فرضیه سوم پژوهش رد می‌گردد.

٦. نتیجه‌گیری و بحث

برای سال‌های متمادی این سؤال که تا چه اندازه می‌توان از قیمت‌های قبلی بازار سهام برای پیش‌بینی معنی‌دار قیمت‌های آتی استفاده نمود، یکی از مباحث اصلی و رایج در محافل علمی و تجاری بوده است. برای پاسخگویی به این سؤال مدل‌ها و تئوری‌های مختلفی به وجود آمدند. یکی از این مدل‌ها مدل گام تصادفی است که تا دهه‌های اخیر از اهمیت و اعتبار بیشتری برخوردار بوده است. این نظریه فرایند حاکم بر روند قیمت‌ها را تصادفی دانسته و بنابراین تغییرات آن‌ها را غیرقابل پیش‌بینی می‌داند. بعد از مطرح شدن نظریه گام تصادفی، فرضیه بازارهای کارا برای آزمون آن به وجود آمد. بازارهایی که از فرایند گام تصادفی تبعیت نمایند کارا می‌باشند (افشاری، ۱۳۸۲).

فرضیه بازارهای فراکتالی، مدل و الگوی تئوری مالی و اقتصادی در طی بیست سال اخیر بوده است. بعد از تحلیل داده‌های تجربی بازارهای مالی و پیشرفت نظریه‌های مالی و اقتصادی این الگو متداول شد. توسعه نظریه سیستم‌های پویای غیرخطی رهیافت‌های جدیدی در مورد نظریه‌های مالی و اقتصادی را به وجود آورده است. معرفی فرایندهای غیرخطی در این مدل‌ها ممکن است تحقیق در مورد مکانیزم مولد نوسانات مشاهده شده در داده‌های مالی واقعی را بهبود دهد. در این راستا در این پژوهش بر آن شد تا این فرضیه در مورد شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران مورد آزمون قرار گیرد. در این تحقیق از روش MF-X-DFA برآورد نمای تعمیم‌یافته هرست که معیاری برای تشخیص حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی است، در طی دوره ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۹ استفاده شد. نتایج حاکی از این موضوع بود که با توجه به نتایج حاصل از برآورد مدل MF-X-DFA، اولاً مقادیر شاخص هرست تعمیم‌یافته به دست آمده از ۰٫۵ بیشتر بوده‌اند که این نشان از وجود خاصیت فراکتالی در شاخص کل قیمت است. دوم، نمودار تابع نمایی رینی tau بر حسب q به صورت یک تابع غیرخطی است و تابع خطی نیست، لذا نشان داده شد که سری زمانی شاخص بازدهی کل بورس اوراق بهادار برای بازه‌های ۱۰ ساله دارای خاصیت مولتی فراکتال است. همچنین نتایج حاصل از بررسی نمودار H(q) نشان داد که در مقاطع مختلف تابع برآورد کننده شاخص هرست (q)، تابع مقادیر است که این نشان از همبستگی مقطعی است و داده‌های شاخص کل قیمت در هر بازه زمانی (روزانه، ماهانه و سالیانه) در این ۱۰ سال همبستگی دارند. با توجه به اینکه بین شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران و همچنین گروه شبیه‌سازی شده گام تصادفی، از نظر آماری تفاوت معنادار وجود دارد، لذا پدیده تصادفی بودن در این سری زمانی رد می‌شود که این نشان از عدم وجود کارایی ضعیف در این سری زمانی است.

این بدان معناست که با توجه به فرضیه بازار کارآمد و انتظار منطقی سرمایه‌گذاران و بازار کارا، سرمایه‌گذاران قادر به شکست بازار و کسب بازده نبودند و فرضیه بازار فراکتالی بر فرضیه بازار کارا در بورس اوراق بهادار تهران ارجحیت دارد. علاوه بر این، سرمایه‌گذاران قادر به خرید یا فروش سهام بی‌ارزش با توجه به قیمت سهام نبودند. لذا به‌منظور دستیابی به بازده بیش‌تر از

متوسط بازار، سرمایه‌گذاران باید ریسک مربوط به دارایی ناپایدار را قبول کنند. همچنین نتایج نشان داد که قیمت دارایی‌ها به‌طور ذاتی ناپایدار است و بنابراین فرض بر کارایی بازار نقض می‌شود. دلالت سیاستی این یافته آن است که با وجود آنکه شوک‌ها و اطلاعات جدید بازدهی و قیمت سهام را در کوتاه‌مدت تحت تأثیر قرار می‌دهد اما آثار این تغییرات بلندمدت و پایداراست. بنابراین اگر سیاست‌گذاران با اتخاذ سیاست‌های مناسب بتوانند نوسانات کوتاه‌مدت را بکاهند گام مهمی در کارایی بازار برداشته و این بازار را به‌عنوان ابزار مهم و مطمئنی جهت تخصیص بهینه منابع مالی کشور تبدیل خواهند نمود که در آن سرمایه‌گذاران با افق زمانی کوتاه‌مدت و بلندمدت منتفع خواهند شد. نتایج به دست آمده با پژوهش انجام شده توسط نیکومرام و همکاران (۱۳۹۱)، خواجوی و همکاران (۱۳۹۴) و همچنین پژوهش‌های ژو و بائو (۲۰۱۹) و منسی و همکاران (۲۰۱۸) مطابقت دارد ولی با پژوهش شعرایی و ثنایی اعلم (۱۳۸۹) و سرلیتین و شینتانی (۲۰۱۶) مطابقت نداشته است.

از این رو با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان به‌کارگیری مدل فراکتال را به گروه‌های مختلف استفاده‌کننده برای اهداف زیر پیشنهاد کرد:

۱. به مدیران و صاحبان شرکت‌ها توصیه می‌گردد که از مدل فراکتال، بازده سهام سال بعد شرکت را پیش‌بینی نمایند و تدابیر لازم را در خصوص هر چه بهتر کردن این بازدهی به انجام برسانند؛

۲. به مدیران توصیه می‌شود که با توجه به مهم‌ترین عوامل مؤثر در پیش‌بینی شاخص کل شرکت‌ها، شناخت کامل از وضعیت بازار کسب کنند و جهت کسب تجربه و تخصص، دوره‌های آموزشی مرتبط با افزایش بازده سهام شرکت را بگذرانند؛

۳. با توجه به نتایج این پژوهش که نشان‌دهنده کاربردی بودن مدل فراکتال در بازار بورس اوراق بهادار تهران می‌باشند و با توجه به اینکه تنها منبع اطلاعات این مدل سازمان بورس اوراق بهادار است، نسبت به ایجاد یک بانک اطلاعات قوی و دقیق اقدام نمایند و ابزار

تحلیلی قدرتمندی را در اختیار مدیران، سرمایه گذران و اعتباردهندگان قرار دهند و آن‌ها را در انجام اقدامات پیش‌بینی کننده بازده سهام یاری رسانند.

منابع

تهرانی، رضا، انصاری، حجت‌اله، سارنج، علی‌رضا (۱۳۸۹). بررسی وجود پدیده بازگشت به میانگین در بورس اوراق بهادار تهران، *بررسی‌های حسابداری و حسابرسی*، دوره ۱۵، شماره ۵۴، ۳۲-۱۷.

خواجوی، شکراله، عبدی طالب‌بیگی، هادی (۱۳۹۵). تجزیه‌وتحلیل ابعاد فراکتال بر شاخص بازده نقدی و قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، *دانش سرمایه‌گذاری*، سال پنجم، شماره ۱۸، ۹۳-۷۹.

دانیالی ده حوض، محمود، منصوری، حسین (۱۳۹۱). بررسی کارایی بورس اوراق بهادار تهران در سطح ضعیف و اولویت‌بندی عوامل مؤثر بر آن، *فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی (رویکرد اسلامی- ایرانی)*، ۱۲(۴۷): ۷۱-۹۶.

رهنمای رودپشتی، فریدون، کلانتری دهقی، مهدیه (۱۳۹۳). مدل‌های مولتی فراکتال در علوم مالی: ریشه، ویژگی‌ها و کاربردهای آن‌ها. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، شماره ۲۴، ۴۷-۲۵.

کاظمی روچی، مصطفی، کیومرث، بیگلر، کشاورز بهادری، مهدی (۱۳۹۷)، تأثیر خاصیت فراکتالی شبکه بازار سهام بر بازده سهام، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، موسسه آموزش عالی رجاء.

محمدی، شاپور، چیت‌سازیان، هستی (۱۳۹۰). «بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران». *نشریه تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران*، شماره ۹۷، ۲۰۲-۲۲۱.

مطهری، محب اله، لطفعلی‌پور، محمدرضا، احمدی شادمهری، محمدطاهر (۱۳۹۷)، بررسی فرضیه کارایی ضعیف و ارائه الگوی هشدار پیش از وقوع نوسانات شدید در بازار ارز ایران با رویکرد مارکوف سوئیچینگ گارچ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد

Akhmet, M., Akhmetova, Zh., Fen, M.O. (2014). Chaos in economic models with exogenous shocks, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 106: 95-108.

Alvarez-Ramírez, J. & Rodríguez, E. (2012). Temporal variations of serial correlations of trading volume in the US stock market, *Physica A*, 4128-4135.

Black, E. D. (2000). *Financial Market Analysis*. 2nd Edition, New York: John Wiley and sons.

Chen, C., & Wang, Y. (2017). Understanding the multifractality in portfolio excessreturns. *Physica A*, 466, 346–355.

Ho, S.A., Machado, J.A.T., Quintino, D.D., Balthazar, J.M. (2016). Partial chaos suppression in a fractional order macroeconomic model, *Mathematics and Computers in Simulation*, 122: 55-68.

Mensi, W., et al. An analysis of the weak form efficiency, multifractality and long memory of global, regional and European stock markets. *The Quarterly Review of Economics and Finance* (2018), https://doi.org/10.1016/j.qref.2018.12.001

Rosenblum, B. and Kuttner F. (2006). *Quantum Enigma: Physics Encounters Consciousness*. Oxford University Press, Incorporated.

Sensoy, A., & Tabak, B. M. (2015). Time-varying long term memory in the EuropeanUnion stock markets. *Physica A*, 436, 147–158.

Velasquéz.T. (2009). Chaos theory and the science of fractals, and their application in risk management. Cand. merc. Copenhagen Business School, Cand.merc. Finance & Strategic Management, Supervisor: Michael Clemens.

Weiss, G. (1992). Chaos hits wall street-the theory, that is, Business Week November. pp. 138-140.

Zhang, G., & Li, J. (2018). Multifractal analysis of Shanghai and Hong Kong stockmarkets before and after the connect program. *Physica A*, 503, 611–622.

فصلنامه سیاست‌های مالی و اقتصادی